

НЕКИ АСПЕКТИ ОДРЖИВОГ ПРОСТОРНОГ РАЗВОЈА СРБИЈЕ

Аутори: Група аутора

Уредници: Мила Пучар, Ненад Спасић

Издавач: Институт за архитектуру и урбанизам Србије, Београд

Посебна издања бр. 58

Београд, 2009.

ISBN 978-86-80329-58-1



UDK 519.713.8

ТЕОРИЈСКИ КОНЦЕПТ И ПРИМЕНА ЦЕЛУЛАРНИХ АУТОМАТА – елементи еволуције у бањским контекстима

**Љиљана Петрушевски,
Мирјана Деветаковић,
Драгана Базик,
Омиљена Целебџић¹**

THE THEORETICAL CONCEPT AND APPLICATION OF CELLULAR AUTOMATA - THE ELEMENTS OF EVOLUTION IN BALNEAL CONTEXTS

Abstract: This paper presents a theoretical concept of cellular automata, aimed at a possible application in architecture and urban planning. It highlights the totalistic cellular automata, the "Game of Life" and the "still life" states. It examines initial configurations in the generative process of a spatial form, which has a potential to become a part of architectural space. The paper discusses a geometric complexity of architectural space, and indicates a validity of the concept of cellular automata, applied in simulations of urban growth.

Keywords: cellular automata, complexity, spatial form, architectural space, urban pattern

УВОД

Свеукупна научна достигнућа постижу значајан помак и трансформацију у последње три деценије. Нови приступи науци, у том периоду, засновани су на драматично новој идеји да правила заснована на једноставним математичким једнакостима могу да се користе за описивање сложених форми, појава и процеса у природи и друштву. Комплексност се изражава кроз итеративне поступке и реализује се помоћу рачунара. Развој ове идеје креће у различите правце: теорија хаоса, фрактали, ћелијска аутоматизација, генетски алгоритми и њихова примена у различитим областима природних и друштвених наука.

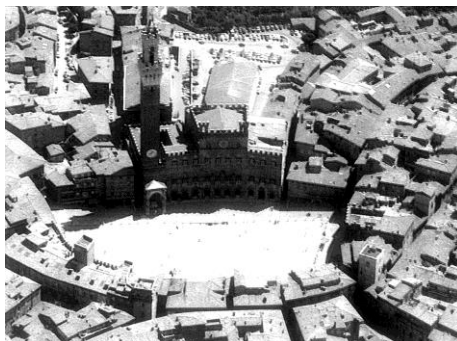
У овом раду је дат теоријски концепт целуларних аутомата са становишта могућих примена у архитектури и урбанизму. Примена се односи, пре свега, на динамичке моделе развоја комплексне архитектонске и урбанистичке структуре. Под појмом комплексности подразумева се сложеност геометрије архитектонског простора која се не може описати помоћу једноставних геометријских облика као што су линије, кругови, квадрати, правоугаоници у равни, или сфере, кубуси, пирамиде у простору и њихових математички дефинисаних међусобних односа као што су ортогоналност,

¹ др Љиљана Петрушевски, д-р, редовни професор, Архитектонски факултет Универзитета у Београду, е-mail: ljpetrusevski@sbb.rs,
мр Мирјана Деветаковић, д-р, асистент, Архитектонски факултет Универзитета у Београду, е-mail: eaoyu@sezampro.rs,
мр Драгана Базик, ванредни професор, Архитектонски факултет Универзитета у Београду, е-mail: dbazik@gmail.com
мр Омиљена Целебџић, д-р, виши стручни сарадник, Институт за архитектуру и урбанизам е-mail: omiljena@iaus.org.yu

паралелност, симетрија, ритам понављања и др. Комплексност архитектонског простора се визуелно доживљава као неуређеност или хаос, на супрот визуелној хармонији и уређености коју производе правилни геометријски облици са математички прецизираним међусобним односима (Rubinowicz, 2000), Слика 1.



(A) St. Peter's basilica in Rome from 1656-1667



(B) Piazza del Campo in Siena, Italy, from 1289-1355

Слика 1. Геометријска уређеност (А) и неуређеност урбане структуре (Б)

Историјски гледано, комплексност архитектонског простора (Слика 2) је реалност, али често није резултат пројектовања и планирања, већ производ неких других процеса само-организације (Rubinowicz, 2000). Пројектовање, као процес само-организације, у суштини се одвија у мислима пројектанта. Међутим, веома сложена структура, велики број параметара, њихова међузависност и условљеност, променљивост архитектонског простора у времену, нису могли бити сагледани нити обухваћени стандардним архитектонским пројектима и урбанистичким плановима, нити приказани у оквиру тих пројеката, као опис тродимензионалног простора (Rubinowicz, 2000).



(A) San Gimignano, Italy



(B) New York City, Manhattan

Слика 2. Урбана комплексност

Компјутерски подржани целуларни аутомати отварају могућност симулације различитих процеса само-организације. Дефинисана правила развоја и самоорганизације у итеративном процесу генеришу генерације, једну за другом. Свака претходна генерација репродукује следећу; систем је саморепродукујући.

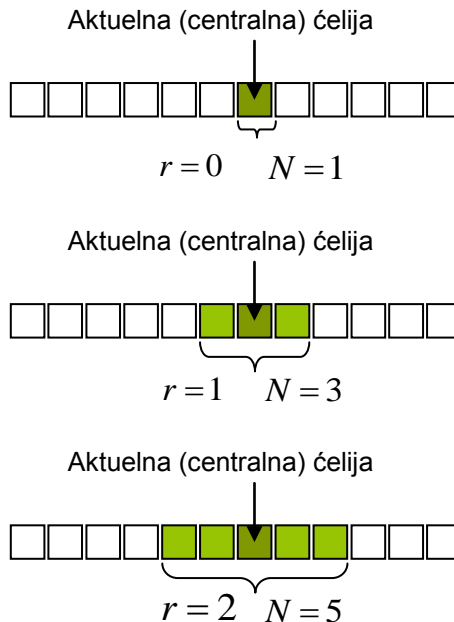
Овакав концепт, примењен на развој архитектонске и урбанистичке структуре, може делимично да стекне валидност као део архитектонских пројеката и урбанистичких планова који, осим тродимензионалног простора, уважавају и четврту димензију – време.

За архитектонску структуру овај концепт може да се прихвати и као процес генерисања архитектонске форме помоћу целуларних аутомата чиме се бави велики број аутора међу којима истакнуто место заузима Robert J. Krawczyk (Krawczyk, 2002, 2003).

ТЕОРИЈСКИ КОНЦЕПТ ЦЕЛУЛАРНИХ АУТОМАТА

Целуларни аутомат је дискретан динамички систем. Простор, време и стања система су дискретни. Свака тачка у регуларној просторној мрежној структури назива се ћелијом и она је у једном од коначно много стања. Стања ћелија се успостављају у складу са локалним правилима, зависе од њеног претходног стања и претходног стања ћелија у њеном непосредном (ширем или ужем) окружењу – суседству. Нова стања ћелија се успостављају истовремено у дискретним временским интервалима. На тај начин долази до еволуције система. Систем је самоорганизован, сам себе репродукује. Претходна генерација репродукује наредну и цео систем зависи од иницијалног, почетног стања (Frame et al, 2009).

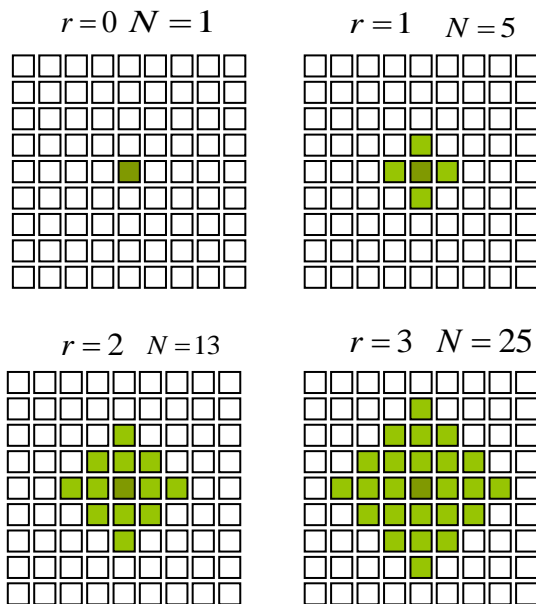
Окружење или околина ћелије је дефинисано растојањем суседних ћелија од ње. На Слици 3 приказане су околине линијских 1D целуларних аутомата за различите вредности растојања $r = 0, 1, 2$, где је назначен и број (N) суседних ћелија које припадају том окружењу. У случају растојања $r = 0$ околина се своди на саму ћелију, што значи да њен даљи развој зависи само од ње саме.



Слика 3. Релевантне околине ћелије

На Слици 4 су приказане Neumann-ове околине ћелија 2D целуларних аутомата (von Neumann Neighborhood) за разне вредности растојања r :

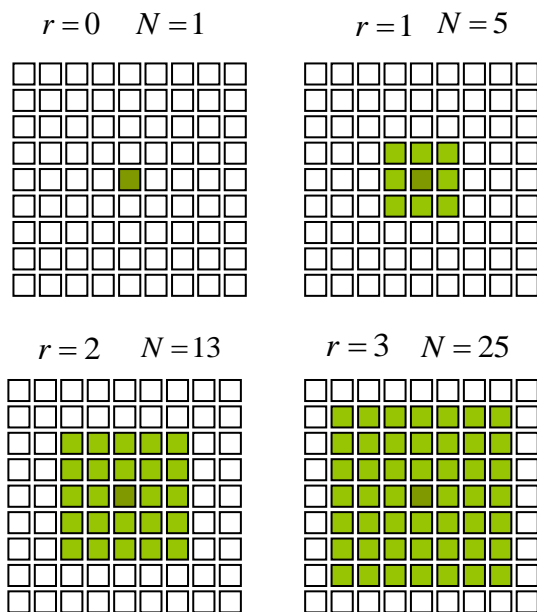
$$N_{(x_0, y_0)}^r = \{(x, y), |x - x_0| + |y - y_0| \leq r\} .$$



Слика 4. Neumann Neighborhood

ОкоLINE ћелија 2D целуларних аутомата типа Moore Neighborhood за разне вредности растојања r :

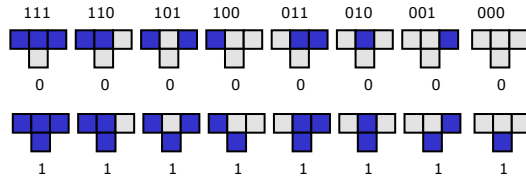
$N_{(x_0, y_0)}^r = \{(x, y), |x - x_0| \leq r, |y - y_0| \leq r\}$ приказане су на Слици 5.



Слика 5. Moore Neighborhood

БИНАРНИ И ЕЛЕМЕНТАРНИ ЦЕЛУЛАРНИ АУТОМАТИ

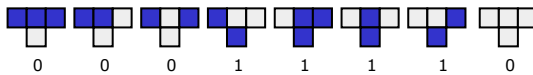
Бинарни целуларни аутомати су аутомати са два могућа стања. Бинарни линијски 1D целуларни аутомати су елементарни целуларни аутомати (Wolfram, 2002). Два могућа стања се могу интерпретирати као жива (пуна или настањена ћелија) и мртва (празна или ненастањена ћелија) и могу се означити, редом, са 1 (тамно) и 0 (светло) (Слика 6).



Слика 6. Могући патерни за окружење од $N = 3$ ћелије

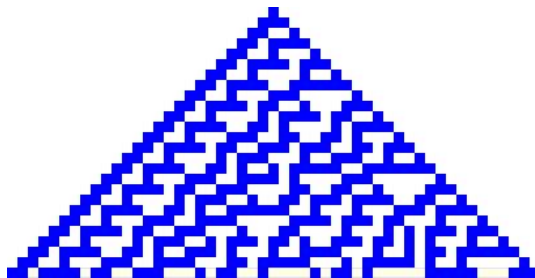
Број могућих патерна околине неке ћелије (за $N = 3$) је тада $2^3 = 8$ и у сваком од тих случајева следеће стање ћелије може бити 1 или 0 (Слика 6 и Слика 7). Број свих могућих правила је стога $2^8 = 256$. У општем случају број свих могућих патерна је 2^N , а број свих могућих правила 2^{2^N} .

Низ јединица и нула у редоследу приказаном на Слици 6 и Слици 7 се може схватити као бинарни запис броја којим се означава правило. Правило приказано на Слици 5 је правило број 30 чији бинарни запис 00011110 дефинише стање ћелије, на основу њеног претходног стања, и стања осталих ћелија у њеном окружењу.



Слика 7. Правило 30

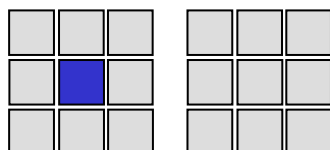
Еволуција елементарног целуларног аутомата (правило 30) са иницијалном једном живом ћелијом приказана је на Слици 8. Свака следећа генерација генерисана је у следећој линији у односу на претходну.



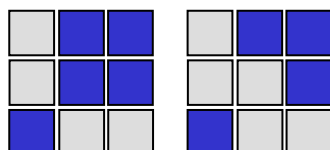
Слика 8. Еволуција елементарног целуларног аутомата - правило 30

ТОТАЛИСТИЧКИ ЦЕЛУЛАРНИ АУТОМАТИ И “GAME OF LIFE”

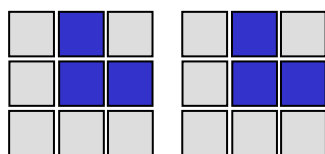
Целуларни аутомати у равни (2D) чији развој не зависи од распореда већ само од броја живих ћелија у окружењу су тоталистички целуларни аутомати. Најпознатији тоталистички бинарни целуларни аутомат су Игре живота (Game of Life), које је изумео британски математичар John Horton Conway 1970 године. Локална правила која одређују стање сваке од ћелија, у свакој следећој генерацији приказана су на Слици 9.



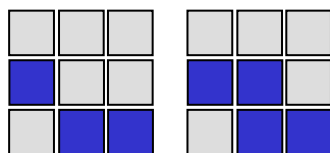
Умирање услед усамљености



Умирање услед пренасељености



Одржавање у животу



Рађање

Слика 9. Game of Life-правила

УМИРАЊЕ УСЛЕД УСАМЉЕНОСТИ: свака жива ћелија са мање од две живе суседне ћелије умире.

УМИРАЊЕ УСЛЕД ПРЕНАСЕЉЕНОСТИ: свака жива ћелија са више од три живе суседне ћелије умире.

ОДРЖАВАЊЕ У ЖИВОТУ : свака жива ћелија са две или три живе суседне ћелије, не мења стање.

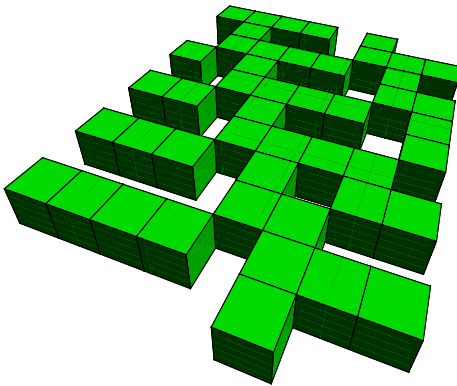
РАЂАЊЕ: свака ћелија са тачно три живе суседне ћелије постаје жива.

Еволуција система значајно зависи од почетне популације.

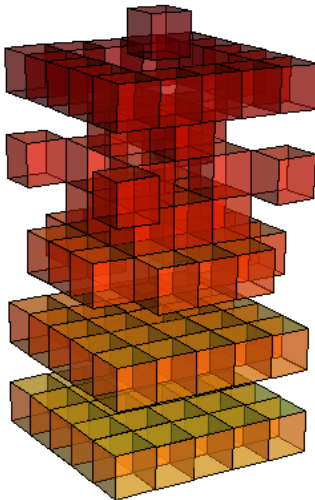
3D ПРИКАЗ ЦЕЛУЛАРНИХ АУТОМАТА

Линијски 1D целуларни аутомати се развијају кроз линије које припадају истој равни. Користећи кубусе, или неке друге објекте, за приказ живих ћелија добија се изванстан 3D приказ еволуције елементарног целуларног аутомата (Слика 10) који не може даље значајно да се унапређује.

На исти начин, користећи кубусе за приказ живих ћелија, свака од генерација 2D целуларног аутомата, има свој 3D приказ. Формирањем лејера, постављањем сваке следеће генерације у нови следећи лејер, добија се 3D приказ еволуције 2D целуларног аутомата (Слика 11).



Слика 10. 3D приказ еволуције елементарног целуларног аутомата - правило 103 - Wolfram Demonstrations Project

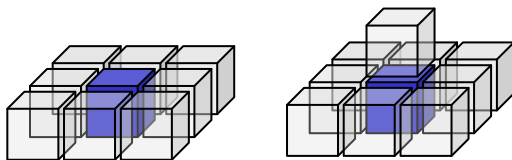


Слика 11. 3D приказ еволуције дводимензионалног тоталистичког целуларног аутомата - правило 13 - Wolfram Demonstrations Project

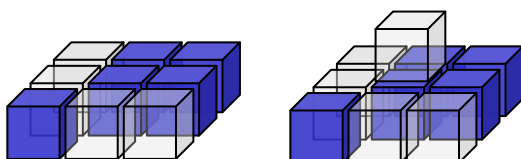
У светлу 3D приказа еволуције дводимензионалног целуларног аутомата, правила Game of Life дата су на Слици 12.

“STILL LIFE” ФИГУРЕ

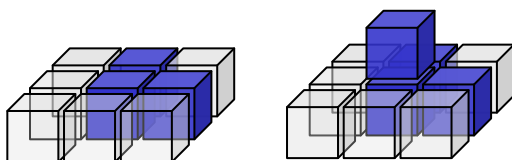
У овом раду се разматра просторна форма која има потенцијала да постане део архитектонског простора, генерисана као 3D приказ еволуције 2D целуларног аутомата “Game of Life”, са почетним стањем познатим као “still life” фигуре. Фигуру чине повезане живе ћелије. Свака од живих ћелија “still life”-фигуре, трајно живи, нема умирања и нема нових живих ћелија. На Слици 13 приказане су неке “still life” фигуре и помоћу њих генерисане просторне форме.



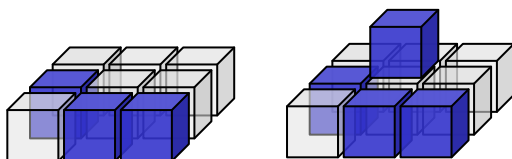
Умирање услед усамљености



Умирање услед пренасељености



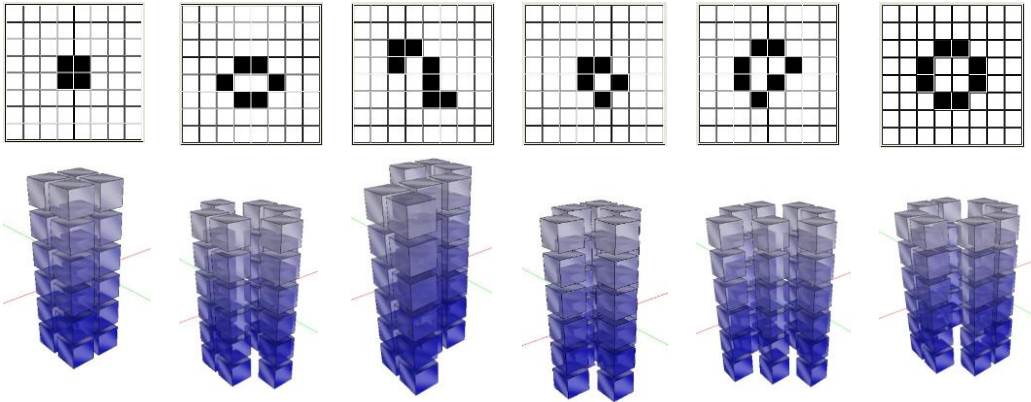
Одржавање у животу



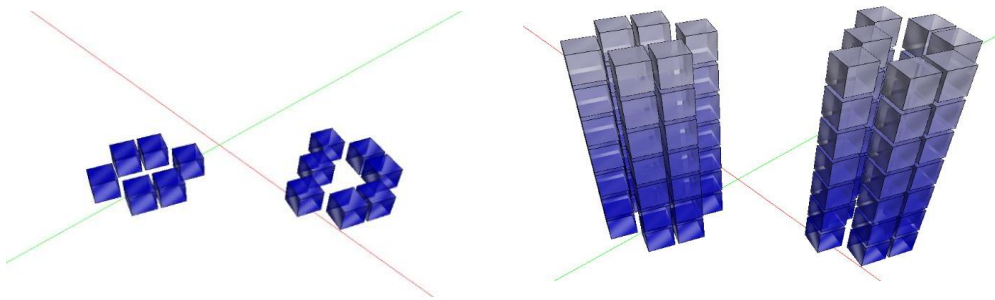
Рађање

Слика 12. Game of Life – 3D приказ правила

Више међусобно раздвојених “still life” фигура чине псеудо-фигуру. Уколико свака од њених ћелија трајно живи и нема нових живих ћелија то је “still life” псеудо-фигура. На Слици 14 приказана је једна “still life” псеудо-фигура (1. генерација) и 3D еволуција до 7. генерације. Еволуција сваке од “still life” фигуре је независна и не утиче на еволуцију друге.

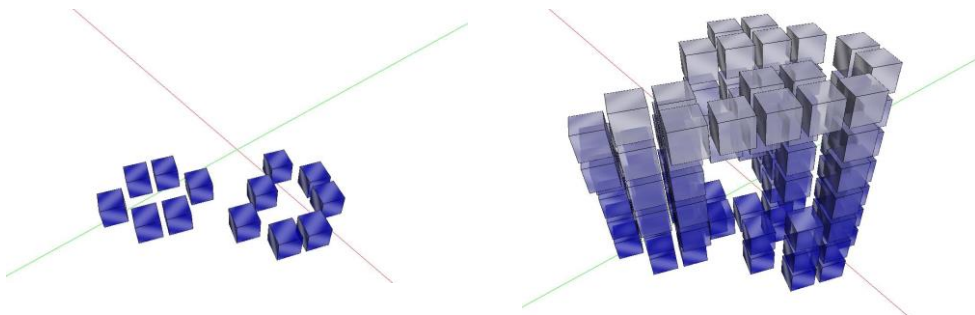


Слика 13. 3D приказ еволуције неких “still life” фигура - Fun3D software



Слика 14. “Still life” псеудо-фигура - Fun3D software²

Псеудо-фигура приказана на Слици 15 није “still life”. “Still life” фигуре, од којих се састоји, су међусобно ближе једна другој и свака од њих утиче на ону другу. Граница настанка тог утицаја је ћелија која за суседне ћелије има бар по једну живу ћелију сваке од фигура.

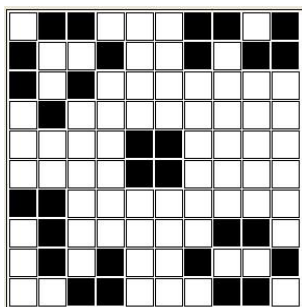


Слика 15. Пример псеудо-фигуре која није “still life” - Fun3D software

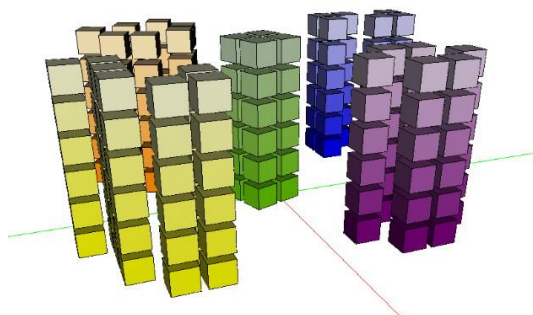
² Програм Fun3D, аутора Б. Митровића, налази се на <http://code.google.com/p/fun3d/> (доступно јануар 2009.). Програм је заштићен CC (Creative Commons) лиценцом, што значи да га је могуће слободно користити и модификовати, уз обавезно референцирање аутора и контекста у оквиру кога је иницијално настао (Генеричка истраживања, Архитектонски факултет Универзитета у Београду).

ГЕНЕРИСАЊЕ ПРОСТОРНЕ ФОРМЕ

У општем случају, “still life” псеудо-фигуру чине, “still life” фигуре које су на довољном међусобном растојању и еволуција сваке од њих не зависи од осталих (Слика 16). Просторна структура коју генерише таква псеудо-фигура представља скуп појединичних форми које генеришу појединачне “still life” фигуре (Слика 17).

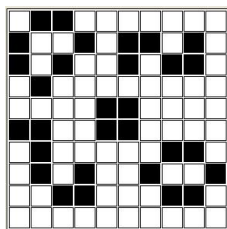


Слика 16. “Still life” псеудо-фигура

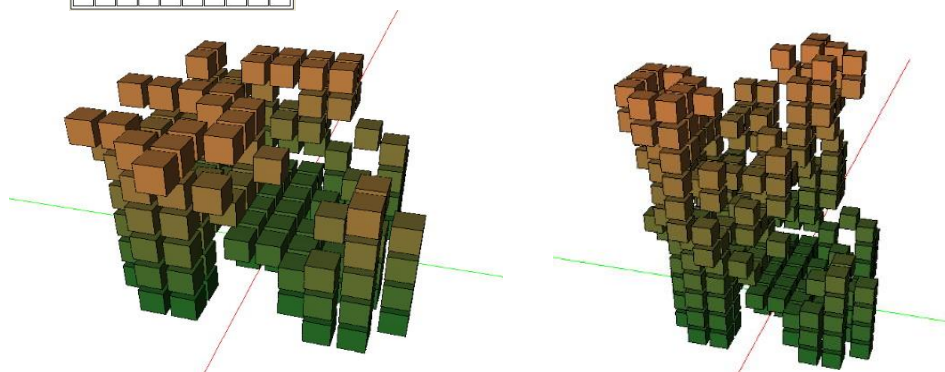


Слика 17. 3D приказ еволуције “Still life” псеудо-фигуре са Сликe 16 - Fun3D software

Ако псеудо-фигура није “still life”, “still life” фигуре од којих се састоји утичу једна на другу, њихова еволуција је заједничка, настаје једна целовита форма уместо више појединачних. На Слици 18 је дат пример псеудо-фигуре која није “still life”. Она се састоји од истих “still life” фигура од којих се састоји и “still life” псеудо-фигура приказана на претходној Слици 16, али је растојање међу њима незнатно смањено. То незнатно смањење је довољно да “still life” фигуре узајамно утичу једна на другу и генеришу једну значајно сложенију просторну форму (Слика 19).



Слика 18. Пример псеудо-фигуре која није “still life”



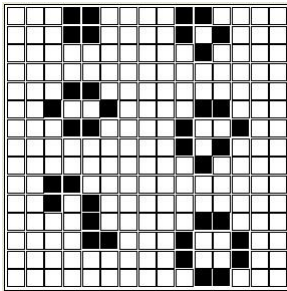
Слика 19. 3D приказ еволуције псеудо-фигуре са Сликe 18 – 6. и 12. генерација - Fun3D software

На Слици 20 је дат још један пример “still life” псеудо-фигуре и приказана је њена еволуција на Слици 21. Померањем доње десне “still life” фигуре на горе за једно поље настаје псеудо-фигура приказана на Слици 22. Мала промена иницијалне фигуре производи велике разлике. Нова псеудо-фигура није “still life” и разлике у еволуцији су огромне (Слика 23).

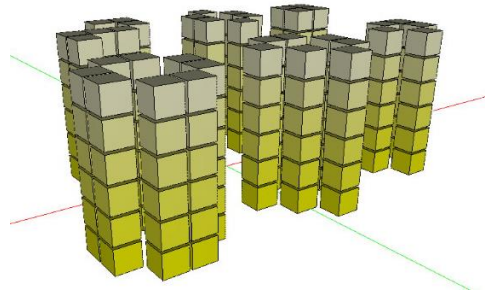
Осетљивост целуларних аутомата на мале промене иницијалних услова и мале промене правила је велика. Мале промене производе велике разлике.

Управо та особина, целуларне аутомате чини подесним за описивање сложених форми, појава и процеса у природи и друштву.

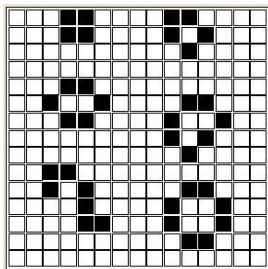
Једна интуитивна интерпретација размотреног генерисања просторне форме помоћу “still life” фигура и псеудо-фигура може бити дата на примеру суседних парцела. Уколико су “still life” фигуре основе објеката на тим парцелама, правилима грађења прописана минимална растојања од граница парцела обезбеђују “still life” псеудо-фигуру у оквирима суседних парцела и објекти су независни; просторне форме не утичу једна на другу и не угрожавају се међусобно. Минимална померања објекта према граници парцеле, са растојањем до границе парцеле испод прописаног, производе, несразмерно том малом померању, велике проблеме и сложен пројектантски задатак. Објекат почиње да угрожава суседне и решење се налази у спајању парцела и пројектовању једног објекта на тим спојеним парцелама.



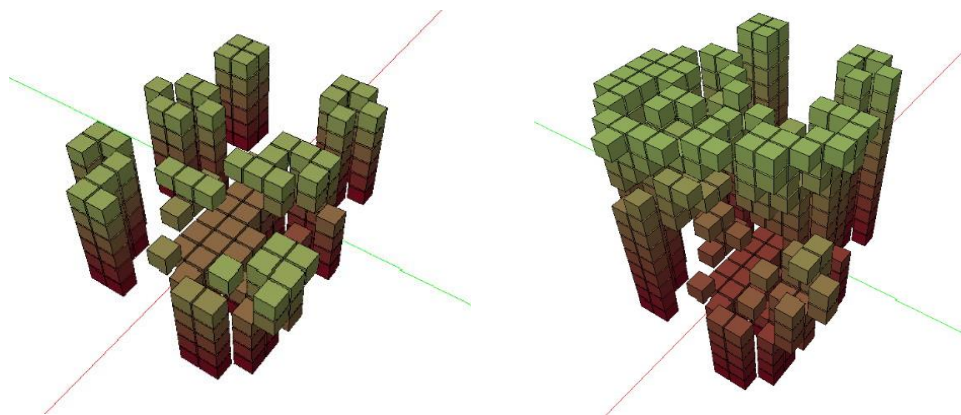
Слика 20. “Still life” псеудо-фигура



Слика 21. 3D приказ еволуције “still life” псеудо-фигуре са слике 21 - Fun3D software



Слика 22. Пример псеудо-фигуре која није “still life”

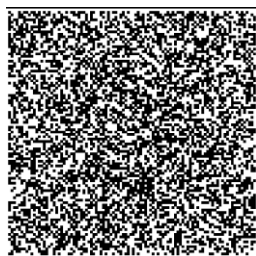


Слика 23. 3D приказ еволуције псеудо-фигуре са Сликe 22 – 6. и 12. генерација - Fun3D software

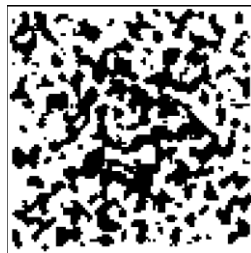
ГЕНЕРИСАЊЕ УРБАНЕ СТРУКТУРЕ

Бинарни целуларни аутомати не могу адекватно да симулирају развој архитектонске и урбане структуре. Ћелија може да буде у једном од два могућа стања. Она је жива или мртва односно пуна или празна што значи да може да прикаже празан простор или испуњен неким садржајем не разликујући их међу собом.

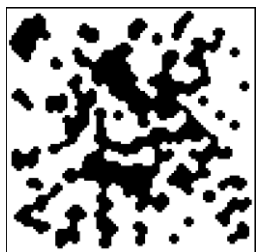
Међутим, већ два стања су била довољна да се схвати сврсисходност примене целуларних аутомата ((Rubinowicz , 2000), Слика 24).



Почетни скуп



2. генерација



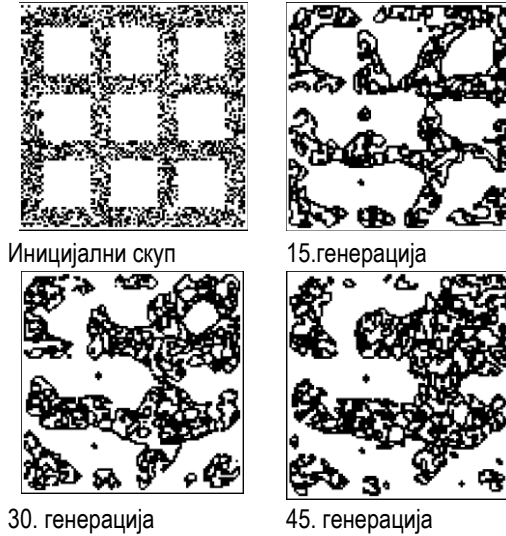
4. генерација



Лондон 1939.

Слика 24. Целуларни аутомат са 10000 ћелија (100×100 ћелија) одређен помоћу правила: ћелија је жива ако је у њеном окружењу бар пет живих ћелија; у супротном је мртва и урбанистичка структура Лондона 1939.

На Слици 25. је приказан целуларни аутомат одређен помоћу правила : ћелија је жива ако је у њеном окружењу најмање пет и највише осам живих ћелија; у супротном је мртва. Комплексност геометрије која се добија указује на тежњу ка облицима органских структура.

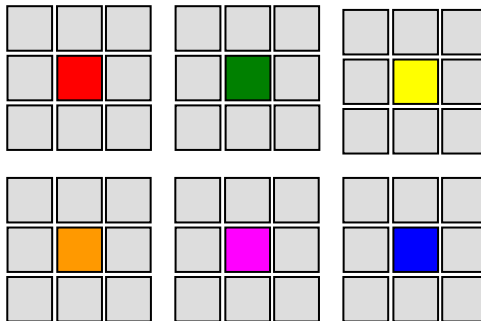


Слика 25. Целуларни аутомат са 10000 ћелија (100×100 ћелија) одређен помоћу правила: ћелија је жива ако је у њеном окружењу најмање пет и највише осам живих ћелија; у супротном је мртва.

ЦЕЛУЛАРНИ АУТОМАТИ СА ВИШЕ СТАЊА

Адекватнији приступ развоју архитектонске и урбанистичке структуре су целуларни аутомати са више стања.

Зависно од нивоа детаљности, та стања могу бити путеви, зелене површине, површине под зградама и у оквиру њих, становање и комерцијалне делатности итд. Осим тога могу се посматрати различите спратности као различита стања или пак, да се у оквиру просторне 3D структуре ћелија по вертикали посматра као један спрат, а спратност постане последица развоја целуларног аутомата.



Слика 26. 2D целуларни аутомати са више стања

Више различитих стања 2D целуларног аутомата приказано је на Слици 26 различитим патернима централне ћелије.

Логика бинарних целуларних аутомата се преноси на аутомате са више стања. Правила су означена као декадни записи бројева са неком новом основом k која представља број стања. Број правила је много већи, просторна структура богатија.

EUROPEAN COMMISSION Joint Research Centre од 2000. године развија динамички модел MOLAND (Monitoring Land Use / Cover Dynamics) који се заснива на примени целуларних аутомата и односи се на динамику коришћења земљишта у Европи (MOLAND, 2004.). Полазна основа овог модела је база података која садржи графички представљене неопходне индикаторе у претходном периоду: касне педесете, касне шестедесете, осамдесете и деведесете године. Практична примена целуларних аутомата захтева корекцију стандардних окружења ћелије. Околина ћелије се дефинише помоћу растојања. Различитим дефиницијама растојања постижу се различити облици и величине тих околнина. Сама дефиниција растојања зависи од логике проблема који се решава. У оквиру модела MOLAND користи се кружна околина која растојања међу ћелијама своди на најкраћа растојања између две тачке:

$$N^r_{(x_0, y_0, z_0)} = \left\{ (x, y, z), \sqrt{|x - x_0|^2 + |y - y_0|^2 + |z - z_0|^2} \leq r \right\}$$

Целуларни аутомати са више стања су корисни и у процесу генерисања архитектонских решења. Три стања која се могу интерпретирати као празан простор, затворени унутрашњи, изграђени простор за боравак и балконски или неки други отворени простор већ дају доста добар резултат (Coates, 1996).

3D ЦЕЛУЛАРНИ АУТОМАТИ

3D целуларни аутомати подразумевају 3D структуру која дефинише положај ћелије у простору.

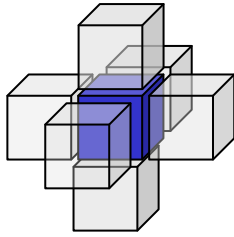
На Слици 4 су приказане Neumann-ове околнине ћелија 3D целуларних аутомата (Neumann Neighborhood) за разне вредности растојања r :

$$N^r_{(x_0, y_0, z_0)} = \left\{ (x, y, z), |x - x_0| + |y - y_0| + |z - z_0| \leq r \right\}$$

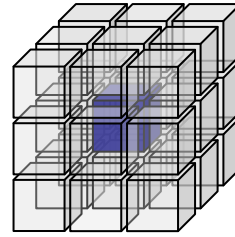
Околнине ћелија 3D целуларних аутомата типа Moore Neighborhood за разне вредности растојања r :

$$N^r_{(x_0, y_0, z_0)} = \left\{ (x, y, z), |x - x_0| \leq r, |y - y_0| \leq r, |z - z_0| \leq r \right\}$$

приказане су На Слици 28.



Слика 27. 3D Neumann Neighborhood



Слика 28. Moore Neighborhood

Целуларни аутомати у простору (3D), чији развој не зависи од распореда већ само од броја живих ћелија у окружењу, су тоталистички 3D целуларни аутомати. Као и у случају равни, 3D целуларни аутомати могу бити бинарни или аутомати са више стања. И једни, и други се користе за генерисање просторне форме (Krawczyk, 2002, 2003) и имају потенцијал за симулацију динамике развоја архитектонске и урбанистичке структуре.

ЦЕЛУЛАРНИ АУТОМАТИ У БАЊСКОМ КОНТЕКСТУ

У овом раду је посебан акценат стављен на “still life” фигуре и “still life” псеудо-фигуре које представљају неопходан део теоријске основе за симулацију развоја помоћу целуларних аутомата у бањском контексту. “Still life” фигуре генеришу “still life” просторно изоловане архитектонске објекте. У њиховом мањем или већем окружењу (суседству) нема других објеката. Разлози за ту ситуацију могу да буду различити и треба их посебно и појединачно сагледати, извршити њихову анализу и уградити у правила целуларног аутомата.

Свођење бањског контекста на рехабилитациони центар за симулацију значи релативно мали број стања целуларног аутомата. Додатни садржаји производе нова стања, модел постаје сложенији а бањски контекст доживљава трансформацију и добија карактеристике туристичког подручја. У том процесу, значај “still life” објеката се не смањује. Напротив, запажа се, на примерима бања, да укупна архитектонско-урбанистичка структура има карактеристике “still life” псеудо-фигуре што може да буде предмет даљег истраживања.

ЗАКЉУЧАК

Нови приступи науци и нови математички концепти као што су теорија хаоса, фрактална геометрија, генетски алгоритми и целуларни аутомати представљају геометријске алгоритме са концептуално сличном структуром. Просторну комплексност изражавају у итерацијама, помоћу правила чија се примена понавља у сваком кораку почев од неког иницијалног стања.

Сензитивност тих итеративних система у односу на мале промене иницијалних услова и мале промене правила је велика. Мале промене производе велике разлике. Управо та особина их чини подесним за описивање сложених структура, појава и процеса у природи и друштву.

Посебно, целуларни аутомати, у различитим размерама, адекватно приказују комплексну просторну структуру, што их издваја и квалификује за примену у архитектури и урбанизму. Осим тога, карактер њихове сензитивности у односу на мале промене иницијалних услова и мале промене правила обезбеђује адекватан опис архитектонског простора и релација између објеката унутар тог простора са становишта корисника. Самим тим, целуларни аутомати представљају добру основу за динамичке моделе развоја архитектонске и урбанистичке структуре као процеса самоорганизације и имају потенцијал да делимично добију место у оквиру архитектонских пројеката и урбанистичких планова који уважавају и приказују промене у времену.

Литература

- Wolfram S.; (2002), **A New Kind of Science**, Wolfram Media Press, Champaign;
- Rubinowicz P.; (2000), **Chaos and Geometric Order in Architecture and Design**, Journal for Geometry and Graphics, Volume 4, No. 2, 197-207, http://www.heldermann-verlag.de/jgg/jgg01_05/jgg0418.pdf (доступно јануар 2009.);
- Coates P.; Healy N.; Lamb C.; Voon W.L.; (1996), **The use of Cellular Automata to explore bottom up architectonic rules**, Eurographics UK Chapter 14th Annual Conference, Imperial College London UK, (<http://uelceca.net/research/other/eurographics1996.pdf>, (доступно јануар 2009.);
- Krawczyk R. J.; **Experiments in Architectural Form Generation Using Cellular Automata**, Generative Art Conference, Milano, 2002, <http://www.iit.edu/~krawczyk/rjkqa02.pdf> (доступно јануар 2009.);
- Krawczyk R. J.; *Architectural Interpretation of Cellular Automata*, Dr. Wolfram's New Kind of Science Conference Art Gallery, Boston, MA, June, 2003, <http://www.iit.edu/~krawczyk/rkecad02.pdf> (доступно јануар 2009.);
- Frame, M.; Mandelbrot, B.; Neger, N.: *Fractal geometry: Cellular Automata and Fractal Evolution*, Yale University, 2009, <http://classes.yale.edu/fractals/> (accessed January 2009)
- Bogdanov, A., Manić, B., Petrić, J.: [An approach to study of methods for urban analysis and urban fabric renewal in observation of a city as a multiple fractal structure](#). Arhitektura i urbanizam, (20-21), 51-60., 2007
- Maeng, D., & Nedović-Budić, Z.; Urban form and planning in the information age: Lessons from literature. Spatium, (17-18), 1-12., 2008

Остали извори

- Митровић Б.; **Fun3D software, 2008** - <http://code.google.com/p/fun3d/> (доступно јануар 2009.)
- MOLAND** (Monitoring Land Use / Cover Dynamics), research project, EUROPEAN COMMISSION Joint Research Centre, <http://moland.jrc.ec.europa.eu/index.htm> (доступно јануар 2009.)